

UNIDAD 1: Números

RETO: REPRESENTANDO NÚMEROS-PÁG. 9

Vamos a realizar esta tarea por equipos. Vais a necesitar 20 objetos iguales. Pueden ser fichas, caramelos, trozos de papel..., lo importante es que sean fáciles de manipular. Vamos a representar cada número con un conjunto de objetos equivalente. Por ejemplo, el número 6 estará representado por 6 caramelos.

1. ¿Podemos colocar los 6 caramelos formando dos filas? ¿Y cinco caramelos?

6 se puede construir como 2 filas de 3 caramelos. 5 no.

2. ¿Qué tipo de números podremos colocar siempre en dos filas y cuáles no?

Los números pares pueden colocarse siempre en dos filas y los impares no.

3. Forma ahora dos números que no puedan organizarse como dos filas de caramelos. ¿Qué ocurre si sumamos ambos números?

Al sumar dos números impares siempre se obtiene un número par

4. Tratad ahora de organizar todos los números del 1 al 20 formando rectángulos, aunque no sean de dos filas. ¿Cuáles se pueden poner en forma de rectángulo y cuáles no?

Los números primos solo pueden ponerse en una fila. El resto pueden colocarse como uno o más rectángulos. Cada rectángulo tiene como lados dos divisores del número.

5. Repetid el apartado anterior pero tratad ahora de organizar los caramelos para formar cuadrados. ¿Qué números se pueden representar como un cuadrado de caramelos? ¿Reconoces esos números?

Los cuadrados representan a los cuadrados perfectos: 4, 9, 16...

ACTIVIDADES-PÁG. 11

1. Expresa las siguientes situaciones utilizando números enteros:

a) David debe al banco 2000 €.

- 2000 €

b) Martina ha ganada 450 € esta semana.

+450 €

c) El número de suspensos ha disminuido un 20 %.

-20 %

d) La Torre Gloriés de Barcelona tiene 34 plantas sobre la superficie además de 4 plantas subterráneas.

+34 y -4

También puede expresarse la distancia, en plantas, entre la más baja y la más alta:

$34 - (-4) = 38$

a) $8 - 16$

a) -8

b) $5 + 1 - 7$

b) -1

c) $2 + (-4) - 12$

c) -14

d) $-9 - 11 + 5$

d) -15

e) $1 - 6 - 12$

e) -17

f) $-7 + 8 - (-3)$

f) 4

g) $-10 + 11 - 3$

g) -2

h) $-5 + (-4) - (-1)$

h) -8

5. Resuelve los siguientes productos y divisiones de números enteros:

a) $(+5) \cdot (-2)$

b) -10

b) $(-5) \cdot (-4)$

b) 20

c) $(+11) \cdot (+3)$

c) 33

d) $(-6) \cdot (+2)$

d) -12

e) $(-24) : (-4)$

e) 6

f) $(-15) : (+3)$

f) -5

g) $35 : (-7)$

g) -5

h) $40 \cdot 5 : (-8)$

h) -25

6. Resuelve las siguientes operaciones combinadas de números enteros:

a) $7 - (-3) \cdot (-6)$

a) -11

d) $8 + (10 - 6) : (-2)$

d) 6

g) $3 - (-3) \cdot (-1) + [(-3 + 1) : (-2)]$

g) 1

b) $(-4) + (-12) : (+3)$

b) -8

e) $11 - (1 - 9) : (-4) + 5$

e) 14

h) $[10 + (-2)] : (-4) + 1$

h) -1

c) $-15 \cdot 2 - (-1) \cdot 5$

c) -25

f) $12 - [(-3) \cdot 2 - 7] + 2$

f) 27

i) $[(-5) + (-1)] : 3 + 2 \cdot (-2)$

i) -6

7. Resuelve las siguientes operaciones de números enteros utilizando tu calculadora. Asegúrate de utilizar adecuadamente la tecla de cambio de signo y los paréntesis:

a) $4 \cdot (-12) + (-1)$

a) -49

c) $5 + (-2) : (-2)$

c) 6

e) $20 : [(-13) + 3] + 5$

e) 3

b) $-3 + (-4) \cdot 10$

b) -43

d) $(-5 + 1) \cdot (-4) - (-7)$

d) 23

f) $[15 - (-1)] \cdot (-2) - (-3) \cdot 4$

f) -20

8. La siguiente tabla muestra las temperaturas máxima y mínima media que se han alcanzado en el Puerto de Navacerrada durante todo un año.

Mes	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
Temp. máx. media (°C)	2,3	3,0	5,8	7,0	11,5	18,0	22,4	22,2	17,2	10,6	5,6	3,3
Temp. mín. media (°C)	-3,2	-2,9	-1,1	-0,3	3,2	8,3	11,5	11,5	8,2	3,9	0,1	-2,0

Calcula la diferencia entre las temperatura máxima y mínima en cada mes.

MES	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
Temperatura máxima media (°C)	2,3	3	5,8	7	11,5	18	22,4	22,2	17,2	10,6	5,6	3,3
Temperatura mínima media (°C)	-3,2	-2,9	-1,1	-0,3	3,2	8,3	11,5	11,5	8,2	3,9	0,1	-2
Diferencia	5,5	5,9	6,9	7,3	8,3	9,7	10,9	10,7	9	6,7	5,5	5,3

ACTIVIDADES-PÁG. 13

1. Resuelve las siguientes sumas y restas de números racionales:

a) $\frac{2}{3} + \frac{5}{4}$

e) $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{5}{7}$

a) $\frac{23}{12}$

e) $\frac{191}{140}$

b) $\frac{1}{4} - \frac{5}{8}$

f) $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}$

b) $\frac{-3}{8}$

f) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{3}{5} + \left(-\frac{1}{2}\right)$

g) $\frac{4}{3} + \left(-\frac{2}{5}\right) - \frac{1}{10}$

c) $\frac{1}{10}$

g) $\frac{5}{6}$

d) $\frac{5}{6} - 2$

h) $-\frac{3}{4} - \left(-\frac{4}{7}\right) + 1$

d) $-\frac{7}{6}$

h) $\frac{23}{28}$

2. Resuelve las siguientes multiplicaciones y divisiones de números racionales simplificando el resultado siempre que sea posible:

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}$

c) $\frac{1}{5} : \frac{10}{3}$

e) $\left(+\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$

g) $\left(+\frac{9}{4}\right) : \left(+\frac{1}{2}\right)$

a) $\frac{3}{20}$

c) $\frac{3}{50}$

e) $-\frac{3}{10}$

g) $\frac{9}{2}$

b) $\frac{7}{6} \cdot \frac{3}{2}$

d) $\frac{4}{3} : 3$

f) $\left(-\frac{7}{11}\right) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)$

h) $2 : \left(\frac{1}{5}\right)$

b) $\frac{7}{4}$

d) $\frac{4}{9}$

f) $\frac{2}{11}$

h) 10

3. Resuelve las siguientes operaciones combinadas de números racionales:

a) $\frac{1}{5} - \left(+\frac{3}{2}\right) \cdot \frac{2}{5}$

d) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right)$

g) $-\frac{2}{5} + \left[\frac{3}{2} - \left(-\frac{7}{5}\right)\right] + 1$

a) $-\frac{2}{5}$

d) $\frac{1}{2}$

g) $\frac{7}{2}$

b) $-\frac{4}{3} + 2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$

e) $\left(+\frac{3}{4}\right) \cdot \left(+\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right) : \left(-\frac{4}{5}\right)$

h) $\left[3 - \left(-\frac{2}{3}\right)\right] : \frac{4}{5} + \frac{1}{2}$

b) $-\frac{26}{15}$

e) $-\frac{3}{8}$

h) $\frac{61}{12}$

c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} - \frac{5}{6} : \frac{1}{10}$

f) $\left[\left(\frac{2}{3} - 1\right) + \frac{4}{5}\right] + \frac{3}{5}$

i) $-\frac{5}{4} + \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{5} - 2$

c) $-\frac{49}{6}$

f) $\frac{16}{15}$

h) $-\frac{23}{20}$

4. En una clase de 30 alumnos, $\frac{2}{3}$ han conseguido aprobar el último examen.

a) ¿Qué fracción de alumnos ha suspendido el examen?

$\frac{1}{3}$

b) ¿Cuántos alumnos han aprobado el examen? ¿Cuántos alumnos han suspendido?

20 han aprobado, 10 han suspendido

5. Durante la liga de este año, Lidia, con 15 goles, ha sido la autora de 5 de cada 8 goles de su equipo de fútbol:

a) ¿Qué fracción de goles ha conseguido Lidia?

$\frac{5}{8}$

b) ¿Cuántos goles ha logrado en total su equipo de fútbol?

24 goles

6. De los 140 € que tenía ahorrados, Alba se ha gastado la cuarta parte en libros y $\frac{2}{7}$ en un regalo para su padre.

a) ¿Qué fracción se ha gastado en total? ¿Qué fracción le queda?

Ha gastado $\frac{15}{28}$, le queda $\frac{13}{28}$

c) ¿Cuánto se ha gastado en cada cosa?

35 € en libros y 40 € en el regalo

7. $\frac{1}{3}$ de los juegos que ha comprado Carlos son de estrategia y deportes. El resto son 8 juegos de simulación. $\frac{2}{5}$ son de

a) ¿Qué fracción suponen los juegos de simulación?

4/15

b) ¿Cuántos juegos tiene en total?

30 juegos

c) ¿Cuántos juegos tiene de cada tipo?

8 de simulación, 10 de estrategia y 12 de deportes

ACTIVIDADES-PÁG. 16

1. Clasifica en tu cuaderno los siguientes números decimales en decimales exactos, periódicos puros, periódicos mixtos e irracionales:

a) 1,2

a) Decimal exacto.

b) 4,566666...

b) Decimal periódico mixto.

c) 9,121221222...

c) Irracional.

d) - 4,34343434...

d) Decimal periódico puro.

e) - 4,5

e) Decimal exacto.

f) 0,111919191...

f) Decimal periódico mixto.

g) 6,333

g) Decimal exacto.

h) - 2,013014015...

h) Irracional.

2. Resuelve en tu cuaderno las siguientes operaciones con números decimales

a) $0,5 + 12,33$

a) 12,83

b) $32,07 - 1,25$

b) $30,82$

c) $0,001 + 12,4$

c) $12,401$

d) $2,3 - 10,25$

d) $-7,95$

e) $1,5 \cdot 5,72$

e) $8,58$

f) $3,44 \cdot (-1,2)$

f) $-4,128$

g) $24,3 : 1,5$

g) $16,2$

h) $(-5,76) : 0,03$

h) -192

i) $2,5 + 1,2 \cdot 4,55$

i) $7,96$

j) $3,75 - 1,2 : 0,6$

j) $1,75$

k) $10,5 + (1,2 - 4,5)$

k) $7,2$

l) $2,4 \cdot (1,3 + 0,75)$

l) $4,92$

m) $2,3 \cdot 1,5 + 1,3 \cdot 8,6$

m) $14,63$

n) $12,5 : 2,4 - 3 \cdot 1,6$

n) $0,408333333...$

ñ) $15,6 : 3 + 1,5 \cdot 4$

ñ) $11,2$

o) $3,5 - 1,2 \cdot 0,5 + 9,3$

o) $12,2$

3. Ocho amigos han pasado el fin de semana en una casa rural. El precio del alquiler es de 250 € por noche. Además los gastos en comida han sido de 125,60 €. Calcula cuánto dinero ha de pagar cada uno de ellos.

$$250 \cdot 2 = 500$$

$$500 + 125,60 = 625,60$$

$$625,60 : 8 = 78,20.$$

Cada uno debe pagar 78,20 €

4. En la siguiente tabla están reflejadas las temperaturas mínimas que se han alcanzado en Madrid durante una semana de enero de 2015:

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
-3,2 °C	-3,5 °C	-2,7 °C	0,1 °C	1,3 °C	1,3 °C	2,1 °C

a) Calcula la media de estas temperaturas.

a) $-0,7\text{ °C}$

b) ¿Qué diferencia de temperatura se produjo entre el domingo y el lunes?

b) $5,3\text{ °C}$

c) ¿Entre qué dos días consecutivos se produjo una mayor variación de temperaturas?

Entre el miércoles y el jueves ($+2,8\text{ °C}$)

5. Halla en tu cuaderno la fracción generatriz de cada uno de los siguientes números decimales:

a) $0,6$

a) $\frac{2}{3}$

b) $12,5$

b) $\frac{25}{2}$

c)

c) $\frac{8}{15}$

d) $3,4$

d) $\frac{17}{5}$

e) $5,15$

e) $\frac{170}{33}$

f) $-2,125$

f) $-\frac{2123}{999}$

g) $\widehat{1,233}$

g) $\frac{1232}{999}$

h) –

h) $-\frac{361}{30}$

i) **100,2**

i) $\frac{501}{5}$

j)

j) $\frac{29}{9}$

k) – **4,125**

k) $-\frac{33}{8}$

l) **0,081**

l) $\frac{3}{37}$

6. Resuelve las siguientes operaciones, en tu cuaderno, escribiendo primero los números decimales en forma de fracción:

a)

b)

c) $4,5 - \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{67}{18}$

d) $\frac{4}{3} + 0,5 \cdot \frac{2}{3} - 1,6 = 0$

e) $\frac{2}{5} - \left(\frac{2}{3} + 2,7\right) = \frac{-137}{45}$

7. Un grupo de 12 alumnos quiere organizar un viaje y decide contratar un minibús. El precio es de 80 €. ¿Cuánto debe pagar cada alumno? Ten en cuenta que al tratarse de euros debes redondear a las centésimas, ya que no se puede pagar una cantidad inferior a un céntimo.

6,67 € (sobrarían 4 céntimos)

8. Observa los precios que encontramos en una frutería:

Sandía: 0,82 €/kg
Manzana roja: 2,10 €/Kg
Naranjas: 1,05 €/kg

Calcula cuánto tenemos que pagar si compramos medio kilo de manzanas, 3 kilos y medio de naranjas y un trozo de sandía que pesa 749 g.

$$0,5 \cdot 2,10 + 3,5 \cdot 1,05 + 0,749 \cdot 0,82 = 5,33918$$

Tendríamos que pagar 5,34 €

ACTIVIDADES-PÁG. 17

9. Redondea las siguientes cantidades al orden de cifras indicado:

a) 1,245 a las **décimas**

a) 1,2

b) 0,0369 a las milésimas

b) 0,037

c) 25,5561 a las centésimas

c) 25,56

d) 0,6667 a las diez milésimas

d) 0,6667

e) 3,511 a las milésimas

e) 3,511

f) 4,5107 a las centésimas

f) 4,51

Archivo	Tamaño	Archivo	Tamaño
IMG_3975	5,6 MB	IMG_3981	6,3 MB
IMG_3976	12,7 MB	IMG_3982	10,1 MB
IMG_3977	8,7 MB	VID_8705	236,6 MB
VID_8702	356,8 MB	AUD_3375	12,5 MB
IMG_3978	6,1 MB	AUD_3376	21,6 MB
VID_8703	125,4 MB	AUD_3377	5 MB
VID_8704	204,2 MB	IMG_3983	8,7 MB
IMG_3979	5,9 MB	IMG_3984	10,3 MB
IMG_3980	5,6 MB	IMG_3985	7,5 MB

10. La siguiente lista muestra los archivos que Darío quiere compartir con Adriana mediante un servicio de alojamiento *online*:

a) Si este servicio tiene un límite de 1GB (1GB = 1 024 MB), ¿podría subir todos los archivos?

a) No ya que sumando el tamaño de todos los archivos obtenemos 1049,6 MB, así que supera el límite.

b) Si los va subiendo de uno en uno, ¿cuál sería el último archivo que podría

subir antes de alcanzar el máximo permitido?

b) AUD_3377

c) Si utiliza una herramienta para comprimir video y reduce los 4 archivos de video (VID) a la mitad, ¿podrá ahora compartir con Adriana todos los archivos?

c) Como los cuatro archivos de video ocupan en total 923 MB, al comprimirlos ahorraríamos 461,5 MB, más que suficiente para que pueda compartir los archivos sin sobrepasar el límite de 1 GB.

11. Cinco amigos se van de acampada y compran: 6 latas de atún a 0,75 € cada lata, 3 paquetes de pasta a 0,49 € la unidad, 4 litros de leche a 0,83 €/L y 3 kilos y medio de naranjas a 0,62€/kg.

a) ¿Cuánto gastan en total en la compra?

11,46 €

b) ¿Cuánto debería pagar cada uno?

2,29 € (falta un céntimo) o 2,30 (sobran 4 céntimos)

12. En la clase de Roberto están preparando una fiesta de carnaval. Han calculado que para cada disfraz necesitan 90 cm de tela y 240 mm de cuerda.

a) Sabiendo que son 25 alumnos, ¿cuántos metros de tela y de cuerda necesitan?

22,5 m de tela y 6 m de cuerda.

b) Si la cuerda se vende en rollos de 2,5 m, ¿cuánta cuerda tienen que comprar?

3 rollos. Les sobrarán 1,5 m de cuerda.

c) Si la tela se vende en rollos de 5 m, ¿cuántos rollos tienen que comprar?

5 rollos de cuerda. Les sobrarán 2,5 m

d) Calcula el dinero que necesitan sabiendo que cada rollo de tela vale 12,30 € y cada rollo de cuerda 3,50 €.

72 €

ACTIVIDADES - PÁG. 20

1. Calcula el valor de las siguientes potencias:

a) 4^2

e) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$

i) $(-1,6)^4$

a) 16

e) $\frac{9}{25}$

i) 6,5536

b) 2^6 f) $\left(-\frac{1}{6}\right)^3$ j) $4,5^2$

b) 64 f) $-\frac{1}{216}$ j) 20,25

c) $(-3)^4$ g) $\left(-\frac{2}{7}\right)^4$ k) $(-1,2)^3$

c) 81 g) $\frac{16}{2.401}$ k) $-1,728$

d) $(-5)^3$ h) $\left(-\frac{10}{3}\right)^0$ l) $0,5^2$

d) -125 h) 1 l) 0,25

m) $5,75^1$ **n) 1^{50}** **ñ) 0^{200}**

m) 5,75 n) 1 ñ) 0

2. Escribe las siguientes potencias con exponente positivo:

a) 5^{-2} c) $(-3)^{-6}$ e) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-8}$ g) $(-8)^{-1}$ i) 1^{-5}

a) 5^2 c) $\left(\frac{1}{-3}\right)^6 = \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{1}{3^6}$ e) $\left(-\frac{5}{2}\right)^8 = \left(\frac{5}{2}\right)^8$ g) $\left(-\frac{1}{8}\right)^1 = -\frac{1}{8}$ i) $1^5 = 1$

b) 12^{-7} d) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$ f) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-4}$ h) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}$ j) $(-1)^{-2}$

b) 12^7 d) $\left(\frac{5}{4}\right)^3$ f) 6^4 h) $\left(-\frac{4}{3}\right)^1 = -\frac{4}{3}$ j) 1

3. Calcula el valor de las siguientes potencias con exponente negativo.
 Para ello tendrás que convertirlas primero en potencias de exponente positivo:

a) 2^{-3}	c) $(-9)^{-2}$	e) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$	g) $(-2)^{-1}$	i) 1^{-10}
a) $\frac{1}{8}$	c) $\frac{1}{81}$	e) $\frac{81}{16}$	g) -0,5	i) 1
b) 3^{-5}	d) $\left(\frac{7}{2}\right)^{-3}$	f) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-5}$	h) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-1}$	j) $(-1)^{-4}$
b) $\frac{1}{243}$	d) $\frac{8}{343}$	f) 3.125	h) 1,25	j) 1

4. Simplifica a una sola potencia las siguientes operaciones:

a) $5^3 \cdot 5^4$	d) $(-3)^6 : (-3)^2$	g) $\left(-\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^5$	j) $7^{10} \cdot 7$
a) 5^7	d) $(-3)^4 = 3^4$	g) $\left(-\frac{1}{4}\right)^8 = \left(\frac{1}{4}\right)^8$	j) 7^{11}
b) $10^7 : 10^2$	e) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2$	h) $\left(-\frac{6}{11}\right)^7 : \left(-\frac{6}{11}\right)^6$	k) $\left(\frac{9}{2}\right)^6 : \left(\frac{9}{2}\right)^6$
b) 10^5	e) $\left(\frac{2}{5}\right)^6$	h) $-\frac{6}{11}$	k) $\left(\frac{9}{2}\right)^0 = 1$
c) $(-11)^8 \cdot (-11)^4$	f) $\left(\frac{3}{7}\right)^{10} : \left(\frac{3}{7}\right)^8$	i) $12^8 : 12^{15}$	l) $(-4)^8 : (-4)$
c) $(-11)^{12} = 11^{12}$	f) $\left(\frac{3}{7}\right)^2$	i) $12^{-7} 12^{-7} = \frac{1}{12^7}$	l) $(-4)^7$

5. Simplifica a una sola potencia las siguientes operaciones:

a) $17^8 \cdot 17^{-3}$	c) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-5}$	e) $8^{-7} \cdot 8$	g) $(-3)^{-7} : (-3)^{-7}$
a) 17^5	c) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-9} = 5^9$	e) 8^{-6}	g) 1
b) $(-10)^{-5} : (-10)^2$	d) $\left(\frac{12}{7}\right)^9 : \left(\frac{12}{7}\right)^{-3}$	f) $\left(-\frac{1}{6}\right)^{-10} : \left(-\frac{1}{6}\right)^{-2}$	h) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-11} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{11}$
b) $(-10)^{-7}$	d) $\left(\frac{12}{7}\right)^{12}$	f) $\left(-\frac{1}{6}\right)^{-8} = 6^8$	h) 1

6. Simplifica a una sola potencia las siguientes operaciones:

a) $(10^3)^7$ c) $\left[\left(\frac{3}{8}\right)^7\right]^2$ e) $(3^8)^{-5}$ g) $\left[\left(\frac{5}{7}\right)^3\right]^{-4}$ i) $(7^5)^{-1}$

a) 10^{21} c) $\left(\frac{3}{8}\right)^{14}$ e) $3^{-40} = \frac{1}{3^{40}}$ g) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-12} = \left(\frac{7}{5}\right)^{12}$ i) $7^{-5} = \frac{1}{7^5}$

b) $[(-2)^5]^4$ d) $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{12}\right]^3$ f) $[(-11)^{-2}]^{10}$ h) $\left[\left(-\frac{4}{9}\right)^{-2}\right]^{-1}$ j) $\left[\left(\frac{5}{12}\right)^5\right]^0$

b) $(-2)^{20} = 2^{20}$ d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{36} = \left(\frac{1}{2}\right)^{36}$ f) $(-11)^{-20} = \frac{1}{11^{20}}$ h) $\left(-\frac{4}{9}\right)^2 = \left(\frac{4}{9}\right)^2$ j) $\left(\frac{5}{12}\right)^0 = 1$

ACTIVIDADES - PÁG. 21

7. Simplifica a una sola potencia las siguientes operaciones:

a) $5^3 \cdot 2^3$ c) $(-20)^5 : 2^5$ e) $\left(\frac{7}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3$ g) $(-15)^7 : (-3)^7$ i) $\left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot 2^3$ k) $7^8 \cdot 0^8$

a) 10^3 c) $(-10)^5$ e) $\left(\frac{14}{3}\right)^3$ g) 5^7 i) $\left(\frac{5}{2}\right)^3$ k) 0

b) $12^7 : 3^7$ d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{10}$ f) $\left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2$ h) $12^{-3} \cdot 4^{-3}$ j) $10^5 : \left(\frac{3}{2}\right)^5$ l) $10^7 : 1^7$

b) 4^7 d) $\left(\frac{2}{15}\right)^{10}$ f) $\left(\frac{5}{4}\right)^2$ h) $48^{-3} = \frac{1}{48^3}$ j) $\left(\frac{20}{3}\right)^5$ l) 10^7

8. Descompón en un producto de potencias como en el ejemplo:

EJEMPLO: $15^6 = (3 \cdot 5)^6 = 3^6 \cdot 5^6$

a) 6^2 b) 35^3 c) 10^5 d) 20^2 e) 30^4 f) 40^3

a) $6^2 = 2^2 \cdot 3^2$ b) $35^3 = 5^3 \cdot 7^3$ c) $10^5 = 5^5 \cdot 2^5$ d) $20^2 = 5^2 \cdot 4^2 = 5^2 \cdot 2^4$ e) $30^4 = 5^4 \cdot 3^4 \cdot 2^4$

f) $40^3 = 4^3 \cdot 10^3 = 2^9 \cdot 5^3$

9. Simplifica las siguientes expresiones utilizando las propiedades de las potencias para escribirlas como una sola potencia de exponente positivo:

a) $10^3 \cdot (10^4)^2$ c) $\left(\frac{4}{3}\right)^5 \cdot \left[\left(\frac{4}{3}\right)^2\right]^{10}$ e) $7^6 \cdot 7^2 : 7^4$ g) $30^{10} \cdot (3^2)^5$

a) 10^{11} c) $\left(\frac{4}{3}\right)^{25}$ e) 7^4 g) 90^{10}

b) $[(-2)^5]^3 : (-2)^7$ d) $\left(\frac{5}{4}\right)^2 : \left[\left(\frac{5}{4}\right)^3\right]^5$ f) $(-2)^{-5} \cdot (-2)^2 : (-2)^6$ h) $[(-10)^5 : (-2)^5] : 5^2$

b) $(-2)^8$ d) $\left(\frac{5}{4}\right)^{-13} = \left(\frac{4}{5}\right)^{13}$ f) $(-2)^{-9} = \left(-\frac{1}{2}\right)^9$ h) 5^3

10. Observa el ejemplo: podemos utilizar la definición de potencias con exponente positivo para conseguir tener la misma base en dos potencias y poder operar de forma más sencilla.

EJEMPLO: $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^6$

Simplifica utilizando este método las siguientes expresiones:

a) $\left(\frac{7}{6}\right)^8 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^{-3}$ c) $\left(-\frac{5}{11}\right)^4 \cdot \left(-\frac{11}{5}\right)^{-3}$ e) $\left(\frac{8}{3}\right)^4 : \left(\frac{3}{8}\right)^6$ g) $3^7 : \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

a) $\left(\frac{7}{6}\right)^{11}$ c) $\left(-\frac{5}{11}\right)^7$ e) $\left(\frac{8}{3}\right)^{10}$ g) 3^5

b) $\left(\frac{4}{3}\right)^{10} : \left(\frac{3}{4}\right)^{-8}$ d) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{3}{2}\right)^3$ f) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-4} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^6$ h) $2^9 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$

b) $\left(\frac{4}{3}\right)^2$ d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{10}$ f) $\left(-\frac{7}{2}\right)^{10}$ h) 2^4

11. Resuelve las siguientes operaciones teniendo en cuenta que las potencias deben calcularse antes que los productos y las divisiones.

a) $5 \cdot (-3) + 2 \cdot 10^2$ d) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4}$ g) $\frac{3}{5} \cdot 2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{2}{5}$

a) 185 d) $\frac{2}{5}$ g) $\frac{11}{10}$

b) $\frac{1}{3} - \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$ e) $\frac{2}{5} - 2^{-2}$ h) $\frac{4}{5} + 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$

b) -1 e) $\frac{3}{20}$ h) $\frac{124}{5}$

c) $2 - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + \frac{2}{3}$ f) $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{-1}$ i) $2^{-3} + \frac{7}{5} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

c) $-\frac{40}{3}$ f) $\frac{2}{15}$ i) $\frac{269}{360}$

12. Calcula utilizando potencias:

- a) Los lapiceros que hay en 24 paquetes, cada uno de los cuales contiene 24 cajas con 24 lapiceros cada una.

$$24^3 = 13\,824 \text{ lapiceros.}$$

- b) Los naranjos que hay plantados en una huerta si hay 9 filas de 9 naranjos cada una.

$$9^2 = 81 \text{ naranjos.}$$

- c) La nota musical denominada redonda equivale a dos notas blancas. Cada nota blanca equivale a dos notas negras. Cada negra equivale a dos corcheas y cada corchea, a dos semicorcheas. ¿A cuántas semicorcheas equivale una redonda?

$$2^4 = 16 \text{ semicorcheas equivalen a una redonda.}$$

ACTIVIDADES - PÁG. 24

1. Copia y completa la siguiente tabla en tu cuaderno:

Radical	Radicado	Índice	Resultado	Comprobación
$\sqrt{16}$	16	2	± 4	$4^2 = 16$ $(-4)^2 = 16$
$\sqrt[3]{125}$				
	36	2		
$\sqrt[4]{81}$				
		3	2	
$\sqrt[5]{-243}$				
	81		± 9	
$\sqrt{\frac{4}{9}}$				
	$\frac{1}{4}$	2		

Radical	Radicado	Índice	Resultado	Comprobación
$\sqrt{16}$	16	2	± 4	$4^2 = 16$ $(-4)^2 = 16$
$\sqrt[3]{125}$	125	3	5	$5^3 = 125$
$\sqrt{36}$	36	2	± 6	$6^2 = 36$ $(-6)^2 = 36$
$\sqrt[4]{81}$	81	4	± 3	$3^4 = 81$ $(-3)^4 = 81$
$\sqrt[3]{8}$	8	3	2	$2^3 = 8$
$\sqrt[5]{-243}$	-243	5	-3	$(-3)^5 = -243$
$\sqrt{81}$	81	2	± 9	$9^2 = 81$ $(-9)^2 = 81$
$\sqrt{\frac{4}{9}}$	$\frac{4}{9}$	2	$\pm \frac{2}{3}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$\frac{1}{4}$	2	$\pm \frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
----------------------	---------------	---	-------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------

2. Calcula las siguientes raíces cuadradas:

- | | | | |
|-------------------------|-------------------|--------------------------|---------------------------|
| a) $\sqrt{64}$ | d) $\sqrt{10000}$ | g) $\sqrt{256}$ | j) $\sqrt{-64}$ |
| a) ± 8 | d) ± 100 | g) ± 16 | j) No existe en R |
| b) $\sqrt{1600}$ | e) $\sqrt{121}$ | h) $\sqrt{\frac{1}{25}}$ | k) $\sqrt{810000}$ |
| b) ± 40 | e) ± 11 | h) $\pm \frac{1}{5}$ | k) ± 900 |
| c) $\sqrt{\frac{4}{9}}$ | f) $\sqrt{-4}$ | i) $\sqrt{-100}$ | l) $\sqrt{\frac{16}{81}}$ |
| c) $\pm \frac{2}{3}$ | f) No existe en R | i) No existe en R | l) $\pm \frac{4}{9}$ |

3. Calcula las siguientes raíces:

- | | | | |
|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------------|
| a) $\sqrt[3]{27}$ | d) $\sqrt[3]{-216}$ | g) $\sqrt[4]{\frac{625}{16}}$ | j) $\sqrt{1}$ |
| a) 3 | d) -6 | g) $\pm \frac{5}{2}$ | j) ± 1 |
| b) $\sqrt[4]{16}$ | e) $\sqrt[5]{\frac{32}{243}}$ | h) $\sqrt[5]{-243}$ | k) $\sqrt[11]{-1}$ |
| b) ± 2 | e) $\frac{2}{3}$ | h) -3 | k) -1 |
| c) $\sqrt[3]{\frac{125}{8}}$ | f) $\sqrt[4]{-81}$ | i) $\sqrt[8]{-216}$ | l) $\sqrt[6]{0}$ |
| c) $\frac{5}{2}$ | f) No existe en R | i) No existe en R | l) 0 |

4. Copia y completa en tu cuaderno el siguiente cuadro que resume las posibles soluciones que podemos obtener al resolver raíces:

Índice	Radicado	Solución/es
Par	Positivo	Dos soluciones
	Ejemplo:	$\sqrt{9} = \pm 3$
	Negativo	Sin solución
	Ejemplo:	$\sqrt{-4}$ no tiene solución en los números reales.
Impar	Positivo	Una solución positiva
	Ejemplo:	$\sqrt[3]{8} = 2$
	Negativo	Una solución negativa
	Ejemplo:	$\sqrt[3]{-8} = -2$

ACTIVIDADES - PÁG. 25

5. Resuelve las siguientes operaciones con radicales:

a) $\sqrt[3]{5^2} \times \sqrt[4]{5^3}$ c) $\sqrt{3^5} \cdot \sqrt[4]{3^3}$ e) $\sqrt[5]{2} : \sqrt[4]{2^3}$ g) $7 \times \sqrt[3]{7^2}$ i) $\sqrt{2^3} \cdot \sqrt[5]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^2}$

a) $\sqrt[33]{5^{31}}$ c) $\sqrt[4]{3^{13}} = 27^4 \sqrt{3}$ e) $\sqrt[20]{2^{-11}} = \frac{1}{\sqrt[20]{2^{11}}}$ g) $\sqrt[3]{7^5} = 7^3 \sqrt[3]{49}$ i) $\sqrt[30]{2^{83}} = 4^3 \sqrt[30]{2^{23}}$

b) $\sqrt[5]{11^3} : \sqrt[10]{11^2}$ d) $\sqrt[7]{10^4} : \sqrt{10^3}$ f) $\sqrt{13} \cdot \sqrt[7]{13^4}$ h) $3^2 : \sqrt[2]{3^5}$ j) $\sqrt[3]{5^7} \cdot \sqrt{5^3} : \sqrt[6]{5}$

b) $\sqrt[10]{11^4} = \sqrt[5]{11^2}$ d) $\sqrt[14]{10^{-13}} = \frac{1}{\sqrt[14]{10^{13}}}$ f) $\sqrt[14]{13^{15}}$ h) $\sqrt{3^{-1}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ j) $\sqrt[6]{5^{22}} =$

6. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $(\sqrt[3]{5^2})^4$ $(\sqrt{4^3})^5$ e) $\sqrt[4]{\sqrt[5]{10^2}}$ i)

a) $\sqrt[3]{5^8} = 25\sqrt[3]{25}$

e) $4^7\sqrt{4}$

i) $\sqrt[10]{10}$

b) $(\sqrt[5]{7^3})^8$

f) $(\sqrt[3]{5})^{10}$

j) $\sqrt[7]{\sqrt{3^4}}$

b) $7^4\sqrt[5]{7^4}$

f) $125\sqrt[3]{5}$

j) $\sqrt[7]{3^2}$

c) $(\sqrt[4]{2^3})^2$

g) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{7^2}}$

k) $\sqrt[11]{\sqrt[3]{5}}$

c) $\sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$

g) $\sqrt[15]{7^2}$

k) $\sqrt[33]{5}$

d) $(\sqrt[2]{11^7})^2$

h) $\sqrt[10]{\sqrt[3]{2^7}}$

l) $\sqrt[3]{(\sqrt[4]{2})^6}$

d) 11^7

h) $\sqrt[30]{2^7}$

l) $\sqrt{2}$

7. Resuelve las siguientes operaciones:

a) $\sqrt[5]{3^2} : (\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{3^3})$

d) $\sqrt[3]{\frac{5}{4}} \cdot \sqrt[5]{\left(\frac{5}{4}\right)^2}$

g) $\sqrt[3]{2} : \sqrt[5]{\sqrt[3]{2^3}}$

a) $\sqrt[15]{3^{-8}} = \frac{1}{\sqrt[15]{3^8}}$

$\sqrt[5]{\left(\frac{d}{4}\right)^{11}}$

g) $\sqrt[30]{2}$

b) $\sqrt[4]{15} \sqrt[3]{7^8} : (\sqrt[5]{7} \cdot 7^2)$

$\sqrt[3]{3^2} \cdot (\sqrt[3]{3^2})^2$

e)

h)

b) $\sqrt[15]{7^7}$

e) 3^2

h) $\sqrt[12]{15^{19}} = 15\sqrt[12]{15^7}$

c) $\sqrt[5]{\left(\frac{2}{7}\right)^2} \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{2}{7}\right)^3}$

$\sqrt[4]{11^7} : (\sqrt[3]{11^2})^5$

$(\sqrt[5]{6} \times \sqrt{6})^4$

f)

i)

c) $\sqrt[20]{\left(\frac{2}{7}\right)^{23}} = \frac{2}{7} \cdot \sqrt[20]{\left(\frac{2}{7}\right)^3}$

f) $\sqrt[12]{11^{-19}} = \frac{1}{11\sqrt[12]{11^7}}$

i) $\sqrt[5]{6^{14}} = 36\sqrt[5]{6^4}$

8. Simplifica los siguientes radicales extrayendo todos los factores posibles:

a) $\sqrt{3^5}$

e) $\sqrt{12}$

i) $\sqrt[3]{154}$

a) $3^2\sqrt{3}$

e) $2\sqrt{3}$

i) $\sqrt[3]{154}$ (no se puede simplificar)

b) $\sqrt{10^3}$

f) $\sqrt{500}$

j) $\sqrt[3]{80}$

b) $10\sqrt{10}$

f) $10\sqrt{5}$

j) $2\sqrt[3]{10}$

c) $\sqrt[3]{5^4}$

g) $\sqrt{180}$

k) $5\sqrt{27}$

c) $5\sqrt[3]{5}$

g) $6\sqrt{5}$

k) $15\sqrt{3}$

d) $\sqrt[3]{3^5}$

h) $\sqrt{8}$

l) $10\sqrt{75}$

d) $3\sqrt[3]{3^2}$

h) $2\sqrt{2}$

l) $50\sqrt{3}$

9. Resuelve las siguientes sumas y restas de radicales:

a) $\sqrt{20} + \sqrt{45}$

c) $\sqrt{300} + \sqrt{75}$

e) $5\sqrt{54} - 10\sqrt{600}$

a) $5\sqrt{5}$

c) $15\sqrt{3}$

e) $-85\sqrt{6}$

b) $\sqrt{18} - \sqrt{8}$

d) $5\sqrt{8} + 3\sqrt{50}$

f) $3\sqrt{7} - 5\sqrt{343}$

b) $\sqrt{2}$

d) $25\sqrt{2}$

f) $-32\sqrt{7}$

10. Resuelve las siguientes sumas y restas de radicales:

a) $\sqrt{63} + 5\sqrt{28}$

d) $10\sqrt{2} - 2\sqrt{50} + \sqrt{98}$

g) $5\sqrt{12} - 2\sqrt{75} + \sqrt{200}$

a) $13\sqrt{7}$

d) $7\sqrt{2}$

g) $10\sqrt{2}$

b) $2\sqrt{28} - \sqrt{175}$ e) $10\sqrt{3} - 2\sqrt{405} + 7\sqrt{108}$ h) $\sqrt{99} + 2\sqrt{125} - 5\sqrt{44}$

b) $-\sqrt{7}$ e) $52\sqrt{3} - 18\sqrt{5}$ h) $10\sqrt{5} - 7\sqrt{11}$

c) $8\sqrt{12} + 5\sqrt{3}$ f) $11\sqrt{50} - 2\sqrt{18} + 6\sqrt{72}$ i) $7\sqrt{24} - 8\sqrt{54} + \sqrt{216}$

c) $21\sqrt{3}$ f) $85\sqrt{2}$ i) $-4\sqrt{6}$

11. Simplifica las siguientes operaciones:

a) $(2\sqrt{5^2})^3$

d) $10(\sqrt{3} + 1)$

g) $(2 + \sqrt{3})(5 + \sqrt{5})$

a) 1000

d) $10\sqrt{3} + 10$

g) $10 + 2\sqrt{5} + 5\sqrt{3} + \sqrt{15}$

b) $(10\sqrt{3^5})^2$

e) $\sqrt{2}(5 - \sqrt{2})$

h) $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$

b) 24300

e) $5\sqrt{2} - 2$

h) 7

c) $3 \cdot (2 + \sqrt{5})$

f) $\sqrt{3}(\sqrt{5} - 2)$

i) $(5 + \sqrt{7})^2$

c) $6 + 3\sqrt{5}$

f) $\sqrt{15} - 2\sqrt{3}$

i) $32 + 10\sqrt{7}$

EVALÚO MIS COMPETENCIAS-PÁG. 26

1. Lee atentamente el siguiente texto y contesta las preguntas:

La Luna no cuenta con una atmósfera como la terrestre. Esto hace que la temperatura en su superficie sea muy variable en función de que reciba o no la luz del Sol. Cuando en un punto de la superficie lunar es de día, no hay nada que la proteja de la incidencia directa de la luz solar. Esto provoca que se alcancen temperaturas muy altas en esos puntos. De la misma forma, cuando en algún lugar de la Luna es de noche, no hay ninguna atmósfera que retenga el calor acumulado durante el día, por lo que rápidamente la superficie de nuestro satélite se enfría hasta temperaturas muy bajas.

Así, durante el día en la Luna se pueden alcanzar temperaturas de 123 °C. En esos mismos puntos, durante la noche, la temperatura se desploma hasta los -153 °C.

Por otra parte, aunque el eje lunar está muy poco inclinado en comparación con el de la Tierra (solo 1,54°), esta pequeña inclinación provoca que la luz del Sol nunca llegue al interior de algunos cráteres situados en los polos lunares. La sonda lunar *Reconnaissance Orbiter* registró en 2009 temperaturas de -238 °C en cráteres del Polo Sur y de -247 °C en el Polo Norte. Se trata de las temperaturas más bajas registradas en todo el sistema solar.



a) Calcula la variación de temperatura que se produce entre el día y la noche lunar.

Hay 276 °C de diferencia.

b) Busca información en internet: ¿Cuánto dura un día en la Luna? ¿En qué polo se alcanza la temperatura más baja de la Luna? ¿Cuál es la diferencia entre las temperaturas más bajas en ambos polos?

27,3 días dura un día en la Luna.

En el polo norte la temperatura es 9 °C más baja que en el polo sur.

c) Busca información en internet: ¿Cuáles son las temperaturas más altas y más bajas registradas en la Tierra? ¿Dónde se registraron? ¿Cuál es su diferencia?

Respuesta libre. Las fuentes difieren por dudas a cerca de algunas medidas. Se pueden tomar, por ejemplo, 56,7 °C en el Valle de la Muerte (EEUU) y -98 °C en la Antártida. La diferencia entre ambas es de 154,7 °C

2. Resuelve en tu cuaderno las siguientes operaciones y comprueba tus resultados utilizando tu calculadora:

a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4}$

e) $\frac{5}{3} : \frac{1}{2} + \frac{7}{6} \cdot \frac{4}{5}$

g) $\left(\frac{12}{5} - \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{5}$

b) $\frac{2}{7} - \frac{1}{5} + 3$

d) $\frac{6}{5} + \frac{2}{3} \cdot 4$

f) $\frac{7}{10} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4}{3} : \frac{3}{2}$

h) $\left(\frac{11}{2} - 3\right) : \frac{4}{7}$

a) 13/30 c) 13/20 e) 64/15 g) 11/4

b) 108/35 d) 58/15 f) 383/360 h) 35/8

3. Andrés quiere construir una estantería como la de la figura. La estantería medirá 2 m de alto y 1 m de ancho. El grosor de los tabloncillos de madera es de 2 cm.

a) ¿Qué altura exacta tendrá cada hueco de la estantería?

$$200 - 2 \cdot 6 = 188$$

$$188 : 7 = 26,8571429 \text{ cm}$$

b) ¿Qué anchura tendrá cada hueco de la estantería?

$$100 - 3 \cdot 2 = 94$$

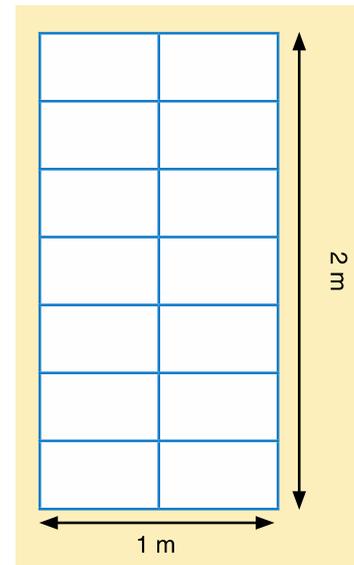
$$94 : 2 = 47 \text{ cm}$$

c) Redondea estos resultados teniendo en cuenta que el metro que vas a utilizar está graduado en milímetros.

269 mm de alto y 470 mm de ancho

d) Realiza en tu cuaderno un esquema indicando las medidas, en milímetros, que debe utilizar Andrés.

Respuesta libre.



4. Busca información sobre cuándo y dónde empezaron a utilizarse los distintos conjuntos de números. Trabaja en grupo con tus compañeros y realiza una presentación que debe contar al menos con los siguientes apartados:

Respuesta libre

a) Números naturales

Al estar asociados a la habilidad de contar, el origen de los números naturales no puede determinarse ya que está asociado al desarrollo del lenguaje y la capacidad de abstracción de los primeros humanos.

Las primeras evidencias del uso de números que se han encontrado son huesos con marcas regulares de más de 30 000 años de antigüedad. El primer sistema de numeración conocido data del 4 000 AC en Mesopotamia (escritura cuneiforme).

b) Números racionales

Los primeros números racionales de los que hay constancia escrita provienen de Egipto. Se hallaron en el conocido como "Papiro de Rhind" (2 000 – 1 800 a.C.) donde solo utilizaban fracciones unitarias.

c) Números irracionales

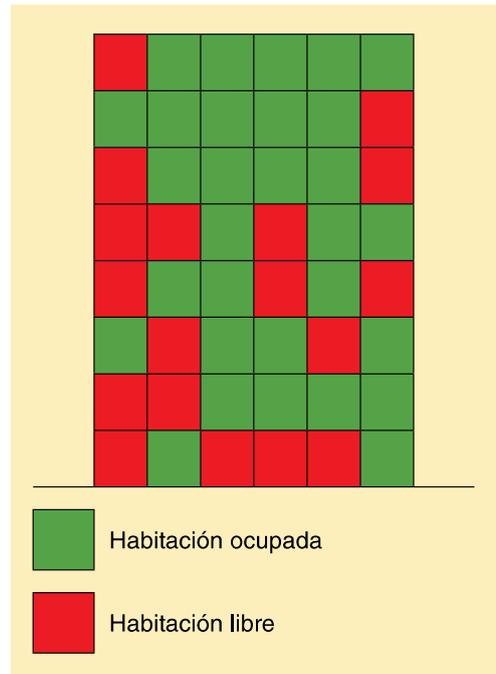
Fueron descubiertos por los griegos y aunque no está del todo claro en qué momento lo hicieron, se atribuye a la Escuela Pitagórica el hallazgo de lo que ellos denominaron números inconmensurables. En algunas fuentes se menciona a Hipaso de Metaponto como el primero en demostrar la existencia de estos números mediante un razonamiento geométrico basado en el Teorema de Pitágoras.

d) Números enteros

Aunque parece ser que fue en China donde se empezó a usar por primera vez los números negativos para representar deudas, fue el gran astrónomo hindú Brahmagupta quien en el 628 consideró la opción de los números negativos como soluciones a ecuaciones y estableció reglas para operar con ellos.

EVALÚO MIS COMPETENCIAS-PÁG. 27

5. La siguiente figura representa las habitaciones de un hotel. En verde están señaladas las habitaciones que están ocupadas y en rojo las que están libres.



a) ¿Qué fracción de las habitaciones está ocupada?

$$30/48 = 5/8$$

b) ¿Qué fracción de las habitaciones está libre?

$$18/48 = 3/8$$

Este hotel tiene habitaciones sencillas y habitaciones dobles. Si sabemos que de las habitaciones ocupadas $\frac{2}{5}$ son habitaciones sencillas:

c) ¿Cuántas habitaciones sencillas están ocupadas?

12

d) ¿Cuántas habitaciones dobles están ocupadas?

18

e) ¿Qué fracción del total suponen las habitaciones sencillas ocupadas? ¿Y las dobles ocupadas?

Las sencillas ocupadas suponen $1/4$ del total.

Las dobles ocupadas son $3/8$ del total.

f) Calcula los ingresos que se obtuvieron ese día en el hotel sabiendo que cada habitación doble cuesta 120,60 € y cada habitación sencilla 80,95 €.

3 142,20 €

6. Algunos números irracionales tienen unas propiedades muy interesantes, lo que les convierte en números «famosos». Busca información sobre los siguientes números irracionales y completa en tu cuaderno la siguiente tabla:

Número	Nombre	Símbolo	Está relacionado con...
3,1415926...			
2,7182818...			
1,6180339...			

Número	Nombre	Símbolo	Está relacionado con...

3,1415926...	Pi		Geometría
2,7182818...	Número e	e	Biología (poblaciones). Física nuclear (desintegraciones)
1,6180339...	Número áureo		Geometría, Arte

7. Calcme es una calculadora online que puedes encontrar en <www.calcme.com>

Funciona en ordenadores y en móviles y tabletas y es útil tanto para matemáticas básicas como avanzadas. En esta actividad vamos a aprender a utilizar Calcme para resolver algunos ejercicios básicos.



A) Resolver operaciones



Para resolver operaciones con Calcme basta con escribir la operación en el área de cálculos y pulsar *Calc* o *Enter*.

Resuelve, utilizando Calcme, las siguientes operaciones:

a) $(-3) \cdot 5 + (-10) \cdot (-4)$	c) $\frac{3}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2}$	e) $\left[\frac{5}{7} + \left(\frac{1}{2} - 3 \right) \right] \cdot \left(-\frac{1}{7} \right)$
b) $[-3 + (-4) \cdot 5] + 10$	d) $\left(-\frac{2}{5} \right) + \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{4}{3} \right)$	f) $\left[\left(-\frac{1}{3} \right) + \left(-\frac{5}{6} \right) \right] \cdot 2 - \frac{1}{5}$

- | | | |
|--------|----------|-----------|
| a) 25 | c) 21/20 | e) 25/98 |
| b) -13 | d) -2/3 | f) -38/15 |

B) Resultados en números decimales



Si queremos obtener un resultado expresado como un número decimal debemos pulsar *Aproximar* (en la barra de herramientas).

Expresa los resultados del apartado anterior como números decimales.

- | | | |
|--------|-----------------|-----------------|
| a) 25 | c) 1,05 | e) 0,255102041 |
| b) -13 | d) -0,666666667 | f) -2,533333333 |

C) Factorizar



Para descomponer un número en sus factores primos, basta con escribir dicho número y pulsar *Factorizar* (en la barra de herramientas).

Factoriza los siguientes números utilizando Calcme:

- | | | | | | |
|------------------|------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------|-----------|
| a) 50 | b) 40 | c) 120 | d) 240 | e) 242 | f) 169 |
| a) $2 \cdot 5^2$ | b) $2^3 \cdot 5$ | c) $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ | d) $2^4 \cdot 3 \cdot 5$ | e) $2 \cdot 11^2$ | f) 13^2 |

EVALÚO MIS COMPETENCIAS - PÁG. 28

8. Lee este texto sobre la seguridad de las contraseñas y realiza en tu cuaderno las siguientes actividades:

Contraseñas seguras

La seguridad de una contraseña depende de muchos factores, pero uno de los más importantes es el número y el tipo de caracteres que utilices. La forma de ataque más básica es la denominada *ataque de fuerza bruta*. Consiste en un programa que prueba de forma aleatoria todas las combinaciones posibles según el número de caracteres.



Esta operación llevará más o menos tiempo en función del tipo de contraseña (si utiliza solo letras, mayúsculas y minúsculas, números, símbolos...) y de la capacidad de cálculo del ordenador. Por ejemplo, una contraseña que estuviese formada solo por una letra ofrece 26 posibilidades. Si utilizamos dos letras las combinaciones se multiplican por 26 y tenemos $26 \cdot 26 = 26^2 = 676$ posibilidades. Con tres letras, las opciones serían $26^3 = 17\,576$. A medida que la contraseña emplea más caracteres, el número de posibilidades aumenta, obligando al programa de ataque a tener que probar más y más combinaciones aleatorias.

Por otra parte, si en lugar de utilizar solo letras minúsculas empleas también letras mayúsculas, las opciones para cada carácter se duplican, pasando a ser 52. Si además incluimos números, pasamos a generar 62 opciones por cada carácter. En algunos sitios incluso se permite el uso de símbolos como * o \$, lo que aumentaría aún más las combinaciones posibles.

a) Completa la siguiente tabla en tu cuaderno indicando cuántas combinaciones posibles existen según el número y el tipo de caracteres que empleemos:

Número de caracteres	Solo letras minúsculas	Mayúsculas y minúsculas	Mayúsculas + Minúsculas + Números
1	26	52	62
2	676	2704	3844
3	17576	140608	238328
4	456976	7311616	14776336
5	11881376	380204032	916132832
6	308915776	19770609664	56800235584
7	8031810176	$1,02807 \cdot 10^{12}$	$3,52161 \cdot 10^{12}$
8	$2,08827 \cdot 10^{11}$	$5,34597 \cdot 10^{13}$	$2,1834 \cdot 10^{14}$

b) Vamos a considerar que un ordenador personal puede realizar unos 10 000 000 intentos por segundo.

- ¿Cuánto tardaría en «hackear» una contraseña de 8 caracteres en los que solo hemos usado letras minúsculas?

$$2,08827 \cdot 10^{11} / 10^7 = 20882,7 \text{ s} = 5 \text{ horas } 48 \text{ minutos}$$

- ¿Y si la contraseña incluye también mayúsculas y números?

6 065 horas = 252 días 16 horas 48 minutos

c) Busca información sobre los ataques de diccionario. ¿Qué hay que evitar si queremos una contraseña segura también frente a este tipo de ataques?

Un ataque de diccionario se diferencia de un ataque de fuerza bruta porque la elección de combinaciones de caracteres para el intento de descubrir la contraseña no es aleatorio sino que prueba con una lista de palabras consideradas más probables. Esta lista puede ser el diccionario, aunque en internet también podemos encontrar “diccionarios” con nombres comunes, actores y actrices famosas, grupos de rock, etc.

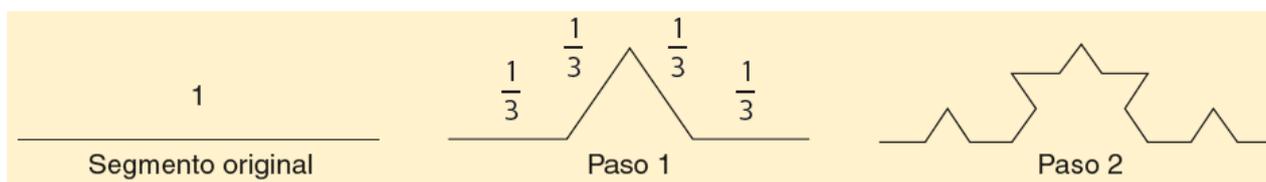
Es un ataque que disminuye significativamente el tiempo frente a los ataques de fuerza bruta pero que puede combatirse fácilmente utilizando claves que incluyan varias palabras, que sustituyan letras por números o alternen mayúsculas y minúsculas.

9. Revisa la definición y las propiedades de las potencias e indica en tu cuaderno si las siguientes igualdades matemáticas son correctas. En caso de ser erróneas, escribe la igualdad correcta en cada caso.

- | | | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| a) $2 \cdot 2 = 2^2$
Correcta | f) $2 + 2 + 2 = 2^3$
Incorrecta
$2 + 2 + 2 = 2 \cdot 3$ | k) $2^4 = 4^2$
Correcta | o) $4^3 = 2^9$
Incorrecta
$4^3 = 2^6$ |
| b) $3 \cdot 3 = 3^3$
Incorrecta
$3 \cdot 3 = 3^2$ | g) $3 + 3 + 3 = 3^3$
Incorrecta
$3 + 3 + 3 = 3 \cdot 3$ | l) $3^4 = 4^3$
Incorrecta
$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ | p) $4^3 = 2^6$
Correcta |
| c) $2^3 \cdot 2^3 = 2^9$
Incorrecta
$2^3 \cdot 2^3 = 2^6$ | h) $3 + 3 + 3 = 3^2$
Correcta | m) $3^2 = 9^2$
Incorrecta
$3^2 = 9^1$ | q) $125^2 = 5^5$
Incorrecta
$125^2 = 5^6$ |
| d) $2^2 \cdot 2^2 = 2^4$
Correcta | i) $4 + 4 + 4 = 4^3$
Incorrecta
$4 + 4 + 4 = 4 \cdot 3$ | n) $4^4 = 16^2$
Correcta | r) $125^2 = 5^6$
Correcta |
| e) $(2^3)^2 = 2^5$
Incorrecta
$(2^3)^2 = 2^6$ | j) $4 + 4 + 4 + 4 = 4^2$
Correcta | ñ) $5^4 = 25^2$
Correcta | s) $125^3 = 5^9$
Correcta |

EVALÚO MIS COMPETENCIAS - PÁG. 29

10. Los siguientes gráficos muestran las primeras etapas que debemos seguir para construir la denominada «curva de Koch»:



a) Calcula la longitud de la curva de Koch en cada uno de los pasos indicados en las figuras. Ten en cuenta que el segmento original mide 1 m y cada segmento se divide entre 3 en cada paso. Utiliza fracciones y potencias para expresar el resultado.

Segmento original: 1

Paso 1: $1/3 \cdot 4 = 4/3$

Paso 2: $1/9 \cdot 16 = 16/9$

b) ¿Cuánto mediría en el paso 10?

Paso 10: $(4/3)^{10}$

c) La curva de Koch es un fractal. Busca información en internet y realiza una pequeña presentación en la que incluyas la definición de fractal y algunos ejemplos de fractales.

Respuesta libre

11.

UTILIZA LAS TIC. La mayoría de calculadoras científicas ofrecen tres modos de funcionamiento referidos a la forma de expresar tus resultados. Para cambiar de uno a otro usa la tecla MODE. Estos modos son:

- **NOMR** o modo normal, que expresa el resultado en forma de número decimal dando tantos decimales como quepan en la pantalla. Ejemplo: $500 \div 3$ dará como resultado 166.666667
- **FIX**, que te permite elegir cuántos decimales quieres que te muestre la calculadora. Ejemplo: si elegimos $\text{FIX} - 2$, la operación $500 \div 3$ dará como resultado 166.67. Si elegimos $\text{FIX} - 4$, será 166.6667.
- **SCI** o modo científico, que expresa el resultado utilizando la notación científica. Ejemplo: la operación $500 \div 3$ dará como resultado 1.666667×10^2 . La potencia de 10 también puede aparecer como 1.666667 E2.

Resuelve las siguientes operaciones con tu calculadora y completa en tu cuaderno esta tabla expresando el resultado de tres formas distintas utilizando la tecla MODE:

- a) 5 b) 32 c) -11 d) 13
- c) -11

2. En un pequeño pueblo de Alaska la temperatura a las 8 de la tarde en un día de invierno es de -17°C . Si a partir de ese momento la temperatura desciende $1,5^{\circ}\text{C}$ cada hora, ¿cuál será la temperatura a las dos de la madrugada?

- a) -11°C b) -14°C c) -20°C d) -26°C
- d) -26°C

3. Resuelve la siguiente operación:

$$2 - \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \right)$$

- a) $\frac{11}{6}$ b) $-\frac{11}{6}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $-\frac{5}{6}$

- a) $11/6$

4. Sabiendo que el precio de un kilo de chuletas de cerdo cuesta $4,20 \text{ €}$, ¿cuánto costarán 2 kilos y cuarto de chuletas de cerdo?

- a) $8,40 \text{ €}$ b) $9,45 \text{ €}$ c) $10,5 \text{ €}$ d) $11,55 \text{ €}$
- b) $9,45 \text{ €}$

5. Iván y Leire han planeado un viaje por la costa oeste de los Estados Unidos. Cuentan un presupuesto de 3000 € para 15 días. ¿Cuánto pueden gastar cada día si el alojamiento les supone $120,25 \text{ €}$ al día y quieren reservar 200 € para gastos imprevistos?

- a) 187 € b) 186 € c) 67 € d) 66 €
- d) 66 €

6. Calcula la fracción generatriz de $3,16666\dots$

- a) $\frac{19}{6}$ b) $\frac{28}{9}$ c) $\frac{31}{10}$ d) $\frac{10}{3}$

- a) $\frac{19}{6}$

7. Calcula el valor de la siguiente potencia:

$$\left(-\frac{4}{5} \right)^3$$

- a) $-\frac{64}{125}$ b) $\frac{64}{125}$ c) $-\frac{12}{15}$ d) $\frac{12}{15}$

a) $-\frac{64}{125}$

8. Calcula el valor de la siguiente potencia:

$\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}$

a) $-\frac{6}{14}$

b) $\frac{14}{6}$

c) $-\frac{9}{49}$

d) $\frac{49}{9}$

d) $\frac{49}{9}$

9. Resuelve la siguiente operación: $\sqrt[3]{2^4} : \sqrt{2}$

a) $\sqrt[3]{2}$

b) 2

c) $\sqrt[6]{2^5}$

d) $2\sqrt[5]{2}$

c) $\sqrt[6]{2^5}$

10. Resuelve la siguiente operación con radicales: $\sqrt{500} - 2\sqrt{80} + 6\sqrt{20}$

a) $3\sqrt{5}$

b) $14\sqrt{5}$

c) $5\sqrt{5}$

d) $10\sqrt{5}$

b) $14\sqrt{5}$

MI PROYECTO-PÁG. 32

MI PROYECTO

ODS

3 SALUD Y BIENESTAR

6 AGUA LIMPIA Y SANEAMIENTO

7 ENERGÍA ASEQUIBLE Y NO CONTAMINANTE

11 CIUDADES Y COMUNIDADES SOSTENIBLES

12 PRODUCCIÓN Y CONSUMO RESPONSABLES

Facilitar el acceso al agua potable a 17500 habitantes

Situación de partida

La escasez de agua en el mundo

La escasez de agua afecta a todos los continentes. Cerca de 1200 millones de personas, casi una quinta parte de la población mundial, vive en áreas de escasez física de agua, mientras que 500 millones se aproximan a esta situación. Otros 1600 millones, alrededor de un cuarto de la población mundial, se enfrentan a situaciones de escasez económica de agua. Estos países carecen de la infraestructura necesaria para transportar el agua desde ríos y acuíferos.

La escasez de agua constituye uno de los principales desafíos del siglo XXI a los que se están enfrentando ya numerosas sociedades de todo el mundo. A lo largo del último siglo, el uso y el consumo de agua creció a un ritmo dos veces superior al de la

tasa de crecimiento de la población y, aunque no se puede hablar de escasez hídrica a nivel global, va en aumento el número de regiones con niveles crónicos de carencia de agua.

La escasez de agua es un fenómeno no solo natural sino también causado por la acción del ser humano. Hay suficiente agua potable en el planeta para abastecer a los 7000 millones de personas que lo habitamos, pero está distribuida de forma irregular, se desperdicia, está contaminada y se gestiona de forma insostenible.

Departamento de asuntos sociales y económicos de Naciones Unidas.
<<http://www.un.org/spanish/waterforlifedecade/scarcity.shtml>>

Escasez física y/o económica de agua a nivel mundial

■ Poca o ninguna escasez de agua
■ Escasez física de agua
■ Próximo a la escasez física
■ Escasez económica de agua
■ No estimado

Fuente: Departamento de asuntos económicos y sociales de Naciones Unidas

Antes del proyecto

Lee atentamente el texto y contesta las siguientes preguntas. Si es necesario, busca información complementaria en internet.

1. ¿Cuántas personas se ven afectadas actualmente por la escasez de agua?

Unos 2 800 millones de personas incluyendo escasez física y económica.

2. ¿Qué diferencia hay entre escasez física y escasez económica de agua?

2. La escasez física se origina por la falta de agua en una región mientras que la escasez económica se debe a la falta de medios para acceder al agua que sí está presente.

3. Comenta con tus compañeros: ¿depende la escasez de agua únicamente del crecimiento de la población?

Aunque el aumento de la población puede originar problemas relativos al agua, el verdadero origen de estos problemas se sitúa en la falta de medios, el consumo de agua poco responsable y otras prácticas poco respetuosas con el medio ambiente que conducen a la desertización y la contaminación de las fuentes disponibles.

4. Observa el mapa: ¿qué continente tiene mayores problemas de acceso al agua potable? ¿Cuál crees que es el principal motivo?

La mayor zona de escasez se da en el África Subsahariana y es debida principalmente a motivos económicos.

MI PROYECTO-PÁG. 33

Lo que tenemos que hacer

Vuestro proyecto consiste en facilitar el acceso al agua potable a 17 500 habitantes reunidos en ocho aldeas de la región de Kara, en el país africano de Togo. Para ello vais a planificar la construcción de varios pozos, dotados de bombas de agua, que mediante energía solar suministrarán agua potable procedente de los acuíferos de la zona.

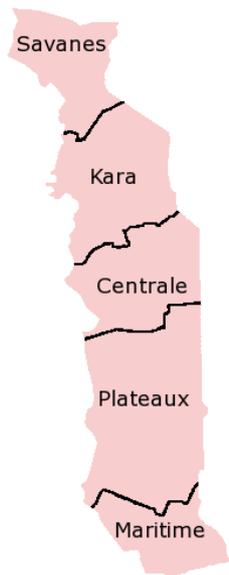
Pasos a seguir

Paso 1. Búsqueda de información

Reunid la siguiente información sobre Togo y sobre la región de Kara:

1. Mapa de Togo (con la región de Kara indicada).

El mapa de Togo con sus regiones puede encontrarse en Wikipedia.



2. Idioma(s) y clima de Togo.

El idioma oficial es el francés. Además, se habla Gbe, Kotocoli y Kabiye.
Clima subtropical en el norte y subecuatorial húmedo en el sur.

3. PIB por habitante y esperanza de vida en Togo.

PIB per cápita en 2020: 803 €. Esperanza de vida en 2020: 61,34 años

4. Población y densidad de población de Togo.

Población: 8 285 000 de habitantes. Densidad de población: 146 hab/km².

5. Población y densidad de población de la región de Kara.

Población: 769 940 habitantes. Densidad de población: 66 hab/km².

Paso 2. Investigación: bombas de agua

¿Cuántas bombas de agua necesitaremos para abastecer a los 17500 habitantes? ¿Cuánto nos costarán? Para poder tomar estas decisiones debéis seguir los siguientes pasos:

1. Buscad cuántos litros de agua son necesarios por persona y día para consumo e higiene según la OMS.

Si se incluye el agua de boca, el de higiene personal, el de lavado de ropa, limpieza del hogar y cocina. La OMS estima que son necesarios entre 50 y 100 L de agua por persona y día. Como esta estimación es bastante abierta (y pueden encontrarse otras referencias si se atiende a parte de las necesidades señaladas) lo más importante es que los alumnos investiguen, valoren y decidan qué objetivo se van a marcar para su proyecto.

2. Consultad en internet cuánto cuestan y qué caudal proporcionan (litros por hora) varios modelos de bombas de agua.

Con estos datos, elegid la opción más adecuada para vuestro proyecto: indicando el modelo, el número de bombas que hay que adquirir y el gasto total.

Es fácil encontrar numerosas opciones para esta actividad. El objetivo de esta actividad no es tanto que el alumnado encuentre realmente la mejor opción disponible, sino que investigue y adopte una decisión con cálculos correctos y argumentos coherentes.

Paso 3. Beneficios para la comunidad

Redactad un pequeño texto explicando los beneficios de vuestro proyecto para la comunidad local.

Para su redacción os ayudará buscar respuestas a las siguientes cuestiones:

- 1. ¿Cuáles son las enfermedades más habituales relacionadas con la escasez de agua?**
- 2. ¿Quién o quiénes son los encargados de ir a por el agua en una aldea de este tipo?**
- 3. ¿Qué relación hay entre la escasez de agua y la falta de asistencia a la escuela?**

Respuesta libre.

Organizamos la información: presentación y conclusiones

Ordenad toda la información recopilada en los pasos uno, dos y tres e incorporadla en un documento titulado «Facilitar el acceso al agua potable». No olvidéis incluir mapas e ilustraciones que ayuden a entender mejor la información. Realizad una entrada del documento en el blog de vuestra asociación.

Respuesta libre.

A la hora de valorar esta actividad es interesante trasladar al alumnado la idea de que el objetivo es construir un blog lo más realista posible, es decir, lo más similar posible a un blog o página web de una ONG real, tratando de evitar que sea una simple exposición de las actividades previas a modo de cuaderno del alumnado. En este sentido debe valorarse no solo la corrección de las respuestas y cálculos si no de manera especial la forma de comunicarlos. En este sentido la entrada debe incluir los elementos necesarios (título, imágenes, etc.) para que el lector pueda comprender toda la información que incluye.

Además, debe valorarse que esta información se presente de forma atractiva y motivadora.

Al igual que en las actividades más convencionales es muy importante que la evaluación que lleve a cabo el profesorado indique al alumnado no solo lo que no está bien resuelto si no cómo puede mejorarlo en los próximos proyectos.

Esta actividad puede resultar más enriquecedora si todos los estudiantes pueden ver las publicaciones del resto de forma que se produzca una puesta en común que aporte elementos de juicio sobre su propio trabajo.